SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO E CULTURA
REDE MUNICIPAL DE ENSINO
ATIVIDADES PEDAGÓGICAS COMPLEMENTARES

Componente curricular: Matemática
Etapa: Ensino Fundamental II
Período: 01/03/2021 a 31/03/2021
Turma: 9º ano

CADERNO 1

AULA 1,2 e 3 - Números Reais

O conjunto dos números reais é composto do conjunto dos números racionais e do conjunto dos números irracionais. Lembrando que um número racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b diferente de zero.

Um número irracional também é um número real, assim como um número racional. Porém, o número irracional possui uma representação decimal infinita e não periódica.

Localização de um número real na reta numérica.

Observe a situação abaixo.

A professora de Jean pediu que a turma localizasse os pontos que representam os números $\frac{3}{5}$ e $\sqrt{5}$ em uma reta numérica.

Jean traçou uma reta numérica com algumas marcações, conforme podemos observar abaixo, e localizou a fração $\frac{3}{2}$ sem dificuldade.

Quando foi localizar o número $\sqrt{5}$, percebeu que não poderia fazer com exatidão, então utilizou a seguinte estratégia: somente os números que chamamos de quadrado perfeito possuem raiz quadrada exata ($\sqrt{1}$ = 1, $\sqrt{4}$ = 2, $\sqrt{9}$ = 3 etc.); então, é possível encontrar uma aproximação para $\sqrt{5}$ partindo dos quadrados perfeitos.

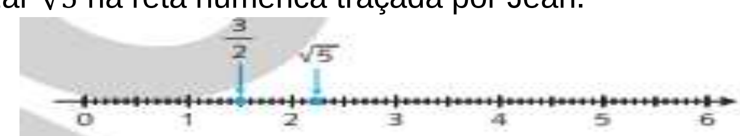
Observe:

- $2^2 = 4$ e $3^2 = 9$, então, $\sqrt{5}$ está entre $\sqrt{4}$ e $\sqrt{9}$, ou seja; $2 < \sqrt{5} < 3$

Dessa forma, Jean percebeu que poderia fazer aproximações ainda melhores. Veja:

- $2{,}1^2 = 4{,}41$; $2{,}2^2 = 4{,}84$ e $2{,}3^2 = 5{,}29$; então: $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$
- $2{,}21^2 = 4{,}8841$; $2{,}22^2 = 4{,}9284$; $2{,}23^2 = 4{,}9729$ e $2{,}24^2 = 5{,}0176$; então: $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$

Poderíamos continuar dessa forma, obtendo aproximações ainda melhores, mas essa é suficiente para localizar $\sqrt{5}$ na reta numérica traçada por Jean.



Logo após o estudo, resolver às questões 01, 02 e 03.

ATIVIDADES

1) Utilizando aproximações, localize os números a seguir em uma reta numérica.

$\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{13}$ $\sqrt{17}$

2) Verifique quais números são irracionais e quais não são.

a) $\sqrt{1}$
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{4}$
e) $\sqrt{5}$

3) Identifique quais afirmações são verdadeiras e quais são falsas.
a) Todo número em forma de raiz é irracional. ______________________
b) A representação decimal de um número irracional é infinita e não periódica. ________________
c) 120 é um número irracional. _________________

<u>AULA 4 e 5 –</u> Potência de um número real com expoente inteiro.

Considere a potência a^n, em que a é um número real e *n* é um número inteiro. Vamos determinar o valor dessa potência, quando o expoente *n* for maior que 1, igual a 1, nulo ou negativo. Observe os casos a seguir.

- Expoente maior que 1

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}, \text{ com } n > 1}$$

Exemplos

- $2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ fatores}} = 16$
- $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}_{2 \text{ fatores}} = \frac{1}{4}$
- $3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{5 \text{ fatores}} = 243$
- $(-0,5)^3 = \underbrace{(-0,5) \cdot (-0,5) \cdot (-0,5)}_{3 \text{ fatores}} = -0,125$

- Expoente 1

$$\boxed{a^1 = a}$$

Exemplos

- $7^1 = 7$
- $\left(-\frac{3}{5}\right)^1 = -\frac{3}{5}$
- $(1,3756)^1 = 1,3756$
- $(-0,01)^1 = -0,01$

Expoente zero, com base não nula

$$a^0 = 1, \text{ com } a \neq 0$$

Exemplos

- $5^0 = 1$
- $\left(-\frac{8}{9}\right)^0 = 1$
- $(101{,}54)^0 = 101{,}54$
- $(-0{,}0001)^0 = -0{,}0001$

Expoente inteiro negativo, com base não nula

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \text{ com } a \neq 0$$

Exemplos

- $5^{-1} = \frac{1}{5}$
- $(-7)^{-2} = \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$
- $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{4}{3}$
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

Observações

1 Quando a base é negativa, o sinal da potência é:

- positivo, se o expoente é par. Por exemplo: $(-0{,}1)^2 = (-0{,}1) \cdot (-0{,}1) = 0{,}01$
- negativo, se o expoente é ímpar. Por exemplo: $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

2 Convenciona-se que -2^4 representa $-(2^4) = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$, ao passo que $\underbrace{(-2)}_{-2 \text{ é a base.}}{}^4$ é igual a $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$.

Logo: $-2^4 \neq (-2)^4$

- Logo após o estudo, resolver às questões 01 e 02 da página 15 do livro de Matemática Compreenção e prática.

ATIVIDADES

1) Calcule as potências a seguir.

a) 0^7

b) -5^2

c) $-(1{,}2)^2$

d) $(-5)^2$

e) $-(0{,}3)^0$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

g) $-\left(\frac{2}{5}\right)^3$

h) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$

2) Calcule as potências de expoente negativo.

a) 7^{-1}

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

c) $\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}$

d) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{-1}$

e) $(-3)^{-3}$

f) 10^{-2}

g) $(-1)^{-5}$

h) $\left(\frac{1}{100}\right)^{-1}$

AULA 6, 7 e 8 – Potência de um número real com expoente inteiro.

Continuação da aula anterior. Logo após o estudo, resolver às questões 03, 04 e 05.

3) Escreva cada item na forma de potência com expoente inteiro negativo, lembrando que

$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$, com $a \neq 0$.

a) $\frac{1}{10^4}$ b) $\frac{1}{5^7}$ c) $\frac{1}{2^3}$ d) $\frac{1}{7^5}$

4) Escreva os números a seguir como potência de base 2.

a) 64 b) $\frac{1}{32}$ c) 256 d) $\frac{1}{64}$

5) Calcule o valor das expressões abaixo.

a) $(-3)^2 + (-3)^3$

b) $-(-2)^4 + (-2)^5 \cdot 4^{-3}$

c) $(4^0 : 4^{-1}) : (4^{-1} : 4^{-2})$

d) $\dfrac{(-1)^5}{(-2)^{-2} + (0{,}1)^{-2}}$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

AULA 9 e 10 – Propriedades das potências com expoentes inteiros.

Observe as propriedades do cálculo com potências de expoente inteiro e base real não nula.

- Produto de potências de mesma base

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Exemplos

- $2^2 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^5$ ou $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3+(-2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$
- $5^{m-1} \cdot 5^{2+m} = 5^{m-1+2+m} = 5^{2m+1}$

- Quociente de potências de mesma base

$a^m : a^n = a^{m-n}$

Exemplos

- $2^3 : 2^2 = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 2)}{(2 \cdot 2)} = 2$ ou $2^3 : 2^2 = 2^{3-2} = 2^1 = 2$
- $\frac{(0{,}3)^5}{(0{,}3)^2} = (0{,}3)^{5-2} = (0{,}3)^3$
- $5^{-2} : 5^{-4} = 5^{-2-(-4)} = 5^{-2+4} = 5^2$
- $3^{2m-1} : 3^{1-m} = 3^{2m-1-(1-m)} = 3^{2m-1-1+m} = 3^{3m-2}$

- Potência de potência

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Exemplos

- $(2^2)^3 = (2 \cdot 2)^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2^6$ ou $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$
- $(10^5)^{-2} = 10^{5 \cdot (-2)} = 10^{-10}$
- $(2^x)^{x-1} = 2^{x \cdot (x-1)} = 2^{x^2 - x}$

- Potência de um produto ou de um quociente

$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
$(a : b)^m = a^m : b^m$

Exemplos

- $(3 \cdot 5)^{-2} = 3^{-2} \cdot 5^{-2}$
- $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{5^{-2}}$

Observação

Atenção para as desigualdades abaixo, com bases reais não nulas e expoentes inteiros.

- $a^m + a^n \neq a^{m+n}$
- $a^m - a^n \neq a^{m-n}$
- $(a^m)^n \neq a^{m^n}$, com a, m e $n \neq 1$
- $(a+b)^n \neq a^n + b^n$, com: $a \neq -b$; a, b e $n \neq 1$
- $(a-b)^n \neq a^n - b^n$, com $a \neq b$

Logo após o estudo, resolver às questões 01, 02 e 03.

1) Aplique as propriedades e expresse os resultados na forma de uma única potência.

a) $3^5 \cdot 3^{-2}$
b) $m^5 \cdot m^{-6}$, com $m \neq 0$
c) $(0{,}1)^{-3} \cdot (0{,}1)^3$

2) Transforme as expressões em uma única potência.

a) $(5^2)^{-4}$
b) $(n^{-5})^4$, com $n \neq 0$
c) $(5^2)^n$
d) $\dfrac{x^3}{x^{-2}}$, com $x \neq 0$

3) Aplique as propriedades das potências de um produto ou de um quociente.

a) $(3 \cdot 7)^4$
b) $(2^4 \cdot a^{-3})^{-1}$, com $a \neq 0$
c) $(a^{3x} : b^x)^{-4}$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$

<u>AULA 11, 12 e 13 –</u> Propriedades das potências com expoentes inteiros.

Continuação da aula anerior. Logo após o estudo, resolver às questões 04, 05, 06 e 07.

4) Determine o valor das potências 2^{3^2} e $(2^3)^2$.

5) Escreva, na forma fracionária, a expressão $(3^{-4})^5$.

6) Sendo a $a = 10^{-4}, b = 10^{-5}$ e $c = 10^3$, determine:

a) $a : b^2$

b) $a : (b.c)$

7) Simplifique cada expressão a seguir.

a) $\dfrac{x^{10} \cdot (x^2)^4}{x^{23} : x^2}$, com $x \neq 0$

b) $\dfrac{5^{3x-2} \cdot 5^{x-1}}{5^{x-5}}$

AULA 14 e 15 –Potenciação e radiciação com números reais (Notação científica).

Números muito grandes ou muito próximos de zero podem ser escritos por meio de uma multiplicação da forma x - 10^n, em que:

- x é um número escrito na forma decimal cuja parte inteira tem um único algarismo diferente de zero;
- n é um número inteiro. Chamamos essa representação de **notação científica.**

Exemplos

- $\underbrace{5760}_{3\text{ casas}} = 5,76 \cdot \underbrace{10^3}_{\text{expoente } 3}$
- $\underbrace{36480}_{4\text{ casas}} = 3,648 \cdot \underbrace{10^4}_{\text{expoente } 4}$
- $\underbrace{520000}_{5\text{ casas}} = 5,2 \cdot \underbrace{10^5}_{\text{expoente } 5}$
- $\underbrace{0,00075}_{4\text{ casas}} = 7,5 \cdot \underbrace{10^{-4}}_{\text{expoente } 4}$
- $\underbrace{0,000008}_{6\text{ casas}} = 8 \cdot \underbrace{10^{-6}}_{\text{expoente } 6}$
- $\underbrace{0,000000457}_{7\text{ casas}} = 4,57 \cdot \underbrace{10^{-7}}_{\text{expoente } 7}$

Observe, agora, alguns valores que usualmente representamos com notação científica.

- Distância aproximada da Terra ao Sol
  150 000 000 km = $1,5 \cdot 10^8$ km
- Velocidade da luz
  300 000 km/s = $3 \cdot 10^5$ km/s
- Valor aproximado de 1 ano-luz
  9 460 000 000 000 km = $9,46 \cdot 10^{12}$ km
- Diâmetro da molécula da água
  280 pm = 0,000000000280 m = $2,8 \cdot 10^{-10}$ m
- Diâmetro de um elétron
  0,000000000000000001 m = $1 \cdot 10^{-18}$ m
- **Femtossegundo**
  0,000000000000001 s = $1 \cdot 10^{-15}$ s


MERYDOLLA/SHUTTERSTOCK
Representação artística da Terra no espaço.

Femtossegundo é uma unidade de medida de tempo que corresponde a 10^{-15} segundos.

Logo após o estudo, resolver às questões 01 e 02.

1) Escreva, os números em notação científica.

a) 85 700

b) 945 000 000 000

c) 0,0000002

d) 13 000 000

e) 1 080 000 000

f) 0,0000000013

2) Uma pessoa adulta tem cerca de 5 litros de sangue. Em uma pessoa saudável, 1 mm3 de sangue possui, aproximadamente: • 5 milhões de glóbulos vermelhos ou hemácias; • 8 mil glóbulos brancos ou leucócitos. Escreva, em notação científica, quantas hemácias e quantos leucócitos possui, aproximadamente, um adulto.

AULA 16, 17 e 18 – Raiz enésima de um número real.

Como já vimos, podemos escrever a raiz quadrada de um número como potência cujo expoente é fracionário.

$$\boxed{\sqrt[2]{a^m} = a^{\frac{m}{2}}, \text{ em que } m \text{ é inteiro}}$$

Observe os exemplos abaixo.

- $\sqrt{64} = \sqrt[2]{64} = 64^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt{7^3} = \sqrt[2]{7^3} = 7^{\frac{3}{2}}$
- $\sqrt{77} = \sqrt[2]{77^1} = 77^{\frac{1}{2}}$
- $16^{-\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{16^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{16}}$

Já sabemos que:

- $\sqrt{16} = 4$, pois $4^2 = 16$
- $-\sqrt{1{,}21} = -1{,}1$
- $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$

A raiz enésima de um número real a, sendo n um número natural e $n \geq 2$, pode ser representada assim:

índice

$$\sqrt[n]{a}$$

radicando

Exemplos

- $\sqrt[3]{64} = 4$
  - $\sqrt[3]{64}$ é o radical.
  - 3 é o índice do radical.
  - 64 é o radicando.
  - 4 é a raiz.
  - Lemos: "raiz cúbica de sessenta e quatro".
- $\sqrt[5]{-243} = -3$
  - $\sqrt[5]{-243}$ é o radical.
  - 5 é o índice do radical.
  - -243 é o radicando.
  - -3 é a raiz.
  - Lemos: "raiz quinta de menos duzentos e quarenta e três".

Observações

1 Podemos omitir o índice 2 da raiz quadrada. Assim:

- $\sqrt[2]{16} = \sqrt{16}$
- $\sqrt[2]{25} = \sqrt{25}$
- $\sqrt[2]{\frac{49}{169}} = \sqrt{\frac{49}{169}}$

2 Sendo n um número natural, $n \geq 2$, temos: $\sqrt[n]{0} = 0$

3 O termo *radical* é também nome do símbolo $\sqrt{\ }$.

➢ Determinação da raiz enésima de um número real.

Na determinação da raiz enésima de um número real a, ou seja, $\sqrt[n]{a}$, podem ocorrer os casos a seguir.

1º caso: $a \geq 0$ e n um número natural maior ou igual a 2.

Veja os exemplos a seguir.

- $\sqrt{16} = 4 \Leftrightarrow 4^2 = 16$
- $\sqrt[3]{125} = 5 \Leftrightarrow 5^3 = 125$
- $\sqrt[4]{81} = 3 \Leftrightarrow 3^4 = 81$
- $\sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 2^5 = 32$

Sendo a um número real, $a \geq 0$ e n um número natural maior ou igual a 2, dizemos que a expressão $\sqrt[n]{a}$ corresponde ao número real **não negativo** b tal que $b^n = a$. Assim:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

2º caso: $a < 0$ e n um número natural ímpar maior que 2.

Veja os exemplos a seguir.

- $\sqrt[3]{-1000} = -10$
- $\sqrt[5]{-1024} = -4$
- $\sqrt[3]{-27} = -3$

Sendo a um número real, $a < 0$ e n um número natural ímpar maior que 2, dizemos que $\sqrt[n]{a}$ corresponde ao número real **negativo** b tal que $b^n = a$. Assim:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

3º caso: $a < 0$ e n um número natural par diferente de zero.

Como determinar $\sqrt{-4}$ no conjunto dos números reais?

- $\sqrt{-4}$ não é um número real, pois nenhum número real elevado ao quadrado é igual a -4.

Sendo a um número real, $a < 0$ e n um número natural par diferente de zero, a expressão $\sqrt[n]{a}$ **não representa um número real**.

Logo após o estudo, resolver às questões 01 e 02 da página 20 do livro de Matemática Compreenção e prática. E na sequência, resolver à questão 01 da página 21 do livro de Matemática Compreenção e prática.

1) Como se leem os radicais abaixo?

a) $\sqrt{7}$ ____

b) $\sqrt[3]{13}$ ____

c) $\sqrt[4]{17}$ ____

d) $\sqrt[6]{42}$ ____

2) Na expressão $\sqrt[3]{343} = 7$, identifique:

a) a raiz; _____________________

b) o radicando; ________________

c) o radical; ____________________

d) o índice do radical. ___________

<u>*Página 21* (Determinação da raiz enésima de um número real).</u>

1) Determine o valor de:

a) $\sqrt{10}O$

b) $\sqrt[4]{25}6$

c) $\pm\sqrt{25}$

d) $-\sqrt{144}$

e) $\sqrt[3]{-8}$

f) $3\sqrt{16}$

<u>AULA 19 e 20 –</u> Determinação da raiz enésima de um número real.

Continuação da aula anterior. Logo após o estudo, resolver às questões 02, 03 e 04.

2) Determine o valor das expressões abaixo.

a) $-\sqrt{81} - \sqrt[3]{-27}$

b) $\sqrt[3]{0} + \sqrt[3]{-1} + \sqrt{0,25}$

3) Em cada caso, determine o valor de *a*.

a) $\sqrt{a} = 100$

b) $\sqrt[3]{a} = -6$

c) $\sqrt[4]{a} = 5$

4) Identifique os radicais que representam números reais.

a) $\sqrt{0}$

b) $\sqrt{-1}$

c) $\sqrt{1}$

d) $\sqrt[3]{-1}$

e) $\sqrt[6]{-1}$

f) $\sqrt[16]{-1}$

<u>AULA 21, 22 e 23 – </u>Propriedades dos radicais.

As propriedades dos radicais podem ser usadas na simplificação dos cálculos.

1ª propriedade

Observe as igualdades:

$\boxed{\sqrt[3]{64} = 4}$ (I) $\qquad$ $\boxed{64 = 4^3}$ (II)

Substituindo (II) em (I), obtemos: $\sqrt[3]{4^3} = 4$

> Dados a um número real e n, número natural, temos:
> - se n é ímpar e maior que 2, $\sqrt[n]{a^n} = a$.
> - se n é par, não nulo, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$.

Exemplos

- $\sqrt{13^2} = |13| = 13$
- $\sqrt{(-2)^2} = |-2| = 2$
- $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
- $\sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

2ª propriedade

Observe as igualdades:

$\boxed{\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6}$ (I) $\qquad$ $\boxed{\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6}$ (II)

Igualando (I) a (II), temos: $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$

> Dados a e b números reais não negativos e n um número natural maior ou igual a 2, temos:
> $$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Exemplos

- $\sqrt{3 \cdot 7} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$
- $\sqrt[4]{2 \cdot 3 \cdot 7} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{7}$
- $\sqrt[3]{5 \cdot 17} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{17}$
- $\sqrt[5]{2^3 \cdot x \cdot y^3} = \sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{y^3}$, com $x \geq 0$ e $y \geq 0$

3ª propriedade

Observe as igualdades:

$\boxed{\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}}$ (I) $\qquad$ $\boxed{\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}}$ (II)

Igualando (I) a (II), temos: $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

> Dados a e b números reais não negativos, com $b \neq 0$, e n um número natural maior ou igual a 2, temos:
> $$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Exemplos

- $\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
- $\sqrt[3]{\frac{a^5}{b^3}} = \frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[3]{b^3}} = \frac{\sqrt[3]{a^5}}{b}$, com $a \geq 0$ e $b > 0$
- $\sqrt[3]{\frac{5}{17}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{17}}$
- $\sqrt[5]{\frac{a^3}{7b}} = \frac{\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{7b}}$, com $a \geq 0$ e $b > 0$

4ª propriedade

Observe a igualdade:

$$\boxed{\sqrt[3]{5^3} = 5} \quad \text{I}$$

Multiplicando o índice do radical e o expoente do radicando por 2, obtemos:

$$\boxed{\sqrt[3 \cdot 2]{5^{3 \cdot 2}} = \sqrt[6]{5^6} = 5} \quad \text{II}$$

Igualando I a II, temos:

$$\sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3 \cdot 2]{5^{3 \cdot 2}}$$

De modo inverso, podemos observar que:

$$\sqrt[6]{5^6} = \sqrt[6:2]{5^{6:2}} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

Dados a um número real não negativo, n um número natural maior ou igual a 2, e m e p números naturais diferentes de zero, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$$

Dados a um número real não negativo, n um número natural maior ou igual a 2, e m e p números naturais diferentes de zero, sendo p divisor comum a m e n, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$$

Exemplos

- $\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5 \cdot 2]{2^{3 \cdot 2}} = \sqrt[10]{2^6}$
- $\sqrt{3^{25}} = \sqrt[2 \cdot 2]{3^{25 \cdot 2}} = \sqrt[4]{3^{50}}$
- $\sqrt[8]{x^6} = \sqrt[8:2]{x^{6:2}} = \sqrt[4]{x^3}$, com $x \geq 0$
- $\sqrt[10]{b^{15}} = \sqrt[10:5]{b^{15:5}} = \sqrt{b^3}$, com $b \geq 0$

5ª propriedade

Observe as igualdades:

$$\boxed{\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2} \quad \text{I} \qquad \boxed{\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2} \quad \text{II}$$

Igualando I a II, temos:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64}$$

Dados a um número real não negativo e m e n números naturais com m e n maiores ou iguais a 2, temos:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Exemplos

- $\sqrt{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[2 \cdot 3]{3} = \sqrt[6]{3}$
- $\sqrt[3]{\sqrt[5]{7}} = \sqrt[3 \cdot 5]{7} = \sqrt[15]{7}$
- $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[15]{2}$
- $\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{5}}} = \sqrt[4]{\sqrt[6]{5}} = \sqrt[24]{5}$

- Logo após o estudo, resolver às questões 01, 02, 03 e 04.

1) Determine o valor dos radicais.

a) $\sqrt{7^2}$

b) $\sqrt[3]{11^3}$

c) $\sqrt{(x)^2}$

d) $\sqrt[5]{6^5}$

e) $\sqrt[3]{(a+b)^3}$

f) $\sqrt[3]{a^3 \cdot b^3}$

2) Decomponha o radicando em fatores primos e aplique a 1ª propriedade dos radicais.

a) $\sqrt{25}$

b) $\sqrt[4]{81}$

c) $\sqrt[8]{256}$

d) $\sqrt[3]{343}$

e) $\sqrt{121}$

f) $\sqrt[4]{625}$

3) Transforme os radicais em um produto de dois ou mais radicais.

a) $\sqrt{5} \cdot 17$

b) $\sqrt[4]{5 \cdot 7} \cdot 11$

c) $\sqrt[5]{2 \cdot x^4}$

d) $\sqrt[3]{10.20}$

e) $\sqrt[3]{3 \cdot 7}$

f) $\sqrt[3]{7 \cdot a^2} \cdot b$

4) Transforme em um quociente de radicais.

a) $\sqrt{\frac{5}{7}}$

b) $\sqrt[3]{\frac{7}{11}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{10}{17}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, com b ≠ 0

e) $\sqrt[5]{\frac{2x}{5y^3}}$, com y ≠ 0

f) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

<u>AULA 24 e 25 –</u> Propriedades dos radicais.

- Continuação da aula anterior. Logo após o estudo, resolver às questões 05, 06, 07 e 08.

5) Simplifique os radicais, dividindo o índice do radical e o expoente do radicando por um mesmo número.

a) $\sqrt[4]{3^2}$

b) $\sqrt[5]{7^{10}}$

c) $\sqrt[8]{7^6}$

d) $\sqrt[12]{2^3 \cdot a^6}$, com a ≥ 0

e) $\sqrt[15]{5^{10}}$

f) $\sqrt[6]{a^2b^2}$, com a ≥ 0 e b ≥ 0

6) Decomponha os radicandos em fatores primos e, em seguida, simplifique os radicais.

a) $\sqrt[8]{64}$

b) $\sqrt[10]{625}$

c) $\sqrt[20]{243}$

d) $\sqrt[14]{128}$

7) Transforme em uma única raiz.

a) $\sqrt{\sqrt{5}}$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[2]{13}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{7}}$

d) $\sqrt[5]{\sqrt[6]{11}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[5]{4}}}$

f) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}}$, com x ≥ 0

8) Determine o valor do número natural x maior ou igual a 2 nas expressões abaixo.

a) $\sqrt[15]{2^{10} =} \sqrt[x]{2^2}$

b) $\sqrt[6]{13^9}$ = $\sqrt{13^x}$

c) $\sqrt[x]{\sqrt[3]{7}}$ = $\sqrt[15]{7}$

d) $\sqrt[9]{6^6}$ = $\sqrt[3]{6^x}$

Bons estudos!